

Ad Soyad:

Numara:

28.03.2019

2018-2019 MATRİSLER TEORİSİ QUIZ SORULARI

1. İki tane elemanter matris yazınız. Bu matrislerin terslerini bulunuz.

2.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 5 & 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$  matrisinin rankını bulunuz.

Cevaplar

1) Elemanter matris birim matrise bir tek elemanter işlem uygulonarak elde edilen matristir. Örneğin;

1)  $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  birim matrisi için

$E: \alpha_2 \rightarrow \alpha_2 + \alpha_1$  herhangi bir elemanter işlem olmak üzere

$E(I_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = E$  elemanter matristir.

$E$  nin tersi  $E^{-1}$  için  $E^{-1}: \alpha_2 \rightarrow \alpha_2 - \alpha_1$

$E^{-1}(I_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = E^{-1}$  bulunur.

2)  $E: \alpha_1 \rightarrow \frac{1}{2}\alpha_1$  herhangi bir elemanter işlem

$E(I_2) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = E$  elemanter matristir.

$E^{-1}: \alpha_1 \rightarrow 2\alpha_1$

$E^{-1}(I_2) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = E^{-1}$  bulunur.

2)  $A = [a_{ij}]_{4 \times 5}$  rank en fazla 4 olabilir.

Satırca indirgenmiş R eselon matrisini bulalım.  
 $\text{rank } R = \text{rank } A$  dir.

$$A = \begin{matrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 5 & 2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\epsilon_1} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & -3 & 2 & -6 & -7 \\ 0 & 2 & 0 & 6 & 6 \\ 0 & 3 & 3 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\epsilon_1: \alpha_2 \rightarrow \alpha_2 - 2\alpha_1 \\ \alpha_3 \rightarrow \alpha_3 + \alpha_1 \\ \alpha_4 \rightarrow \alpha_4 - \alpha_1$$

$$\epsilon_2: \alpha_3 \rightarrow \frac{1}{2}\alpha_3 \\ \alpha_3 \leftrightarrow \alpha_2$$

$$\epsilon_3: \alpha_1 \rightarrow \alpha_1 - 2\alpha_2 \\ \alpha_3 \rightarrow \alpha_3 + 3\alpha_2 \\ \alpha_4 \rightarrow \alpha_4 - 3\alpha_2$$

$$\xrightarrow{\epsilon_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & -3 & 2 & -6 & -7 \\ 0 & 3 & 3 & 0 & -4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\epsilon_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & -9 & -13 \end{bmatrix}$$

$$\epsilon_4: \alpha_4 \rightarrow \alpha_4 - \alpha_3$$

$$\epsilon_5: \alpha_3 \leftrightarrow \alpha_4$$

$$\epsilon_6: \alpha_1 \rightarrow \alpha_1 + \alpha_3 \\ \alpha_4 \rightarrow \alpha_4 - 2\alpha_3$$

$$\xrightarrow{\epsilon_4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -12 & -15 \end{bmatrix} \xrightarrow{\epsilon_5} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -12 & -15 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\epsilon_6} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -15 & -17 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -12 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 27 & 32 \end{bmatrix} \xrightarrow{\epsilon_7} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -15 & -17 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -12 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{32}{27} \end{bmatrix}$$

$$\epsilon_7: \alpha_4 \rightarrow \frac{1}{27}\alpha_4$$

$$\epsilon_8: \alpha_1 \rightarrow \alpha_1 + 15\alpha_4 \\ \alpha_2 \rightarrow \alpha_2 - 3\alpha_4 \\ \alpha_3 \rightarrow \alpha_3 + 12\alpha_4$$

R nin rankı sıfırdan farklı satır sayısı olup  $\text{rank } R = 4$  dir.

$\text{rank } A = \text{rank } R$  olup  $\text{rank } A = 4$